

CLASA IX – liceu tehnologic

I. Mulțimea numerelor reale

1) Reguli de operare cu numere întregi

2) Valoarea absolută (sau modulul) unui număr real x se notează $|x|$; $|x| \geq 0$, pentru orice număr real x

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{dacă } x \geq 0 \\ -x, & \text{dacă } x < 0 \end{cases}$$

3) Puteri și radicali

4) Formule de calcul prescurtat:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

5) Media aritmetică și media geometrică a două numere reale pozitive: $m_a = \frac{a+b}{2}$, $m_g = \sqrt{ab}$

Inegalitatea mediilor (numere pozitive a, b): $m_g \leq m_a$

6) Aproximări prin lipsă, respective adaos ale numerelor reale

7) Ecuații de gradul I: $a \cdot x + b = 0$; $\Rightarrow a \cdot x = -b \Rightarrow x = \frac{-b}{a}$

8) Ecuații de gradul II: $a \cdot x^2 + bx + c = 0$; rezolvare: $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

a) dacă $\Delta > 0$, atunci ecuația are două soluții reale distincte date de formulele $x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

b) dacă $\Delta = 0$, atunci ecuația are două soluții reale egale date de formulele $x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

c) dacă $\Delta < 0$, atunci ecuația nu are două soluții reale

II. Elemente de logică matematică: propoziții, predicate, metoda inducției matematice

Metoda inducției matematice:

O propoziție (afirmație) oarecare $P(n)$, ce depinde de un număr natural n , este adevărată pentru orice n natural, dacă:

I. $P(1)$ este o propoziție (afirmație) adevărată;

II. Dacă $P(k)$ este adevărată pentru un k arbitrar fixat, atunci rezultă că $P(k+1)$ este adevărată

III. Progresii aritmetice

Definiție: Numim progresie aritmetică un șir de numere reale în care fiecare termen, începând cu al doilea, se obține din cel precedent prin adăugarea aceluiași număr r , numit rație.

Definiție	$a_n = a_{n-1} + r, \forall n \geq 2$
Termenul general:	$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r, \forall n \geq 2$

Rația:	$r = a_n - a_{n-1}, \forall n \geq 2$
Suma primilor n termeni:	$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}, \forall n \geq 2$
Proprietatea caracteristică	$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, \forall n \geq 2$
Numerele a,b,c sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice (sunt în progresie aritmetică) dacă:	$b = \frac{a + c}{2}$

IV. Vectori în plan:

Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului, înmulțirea unui vector cu un scalar);

Vectori în reper cartezian - aplicații

- 1) Dacă $M(x, y)$ (citim “M de coordonate x și y”) este un punct în sistemul xOy, atunci **vectorul**

$\overrightarrow{OM}$ se numește **vectorul de poziție al punctului M** și se poate scrie în funcție de $\vec{i}, \vec{j}$ astfel:

$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$. Această scriere se numește descompunerea vectorului $\overrightarrow{OM}$ în reperul

$(O, \vec{i}, \vec{j})$; se folosește și notația $\overrightarrow{OM}(x, y)$.

Observație: În general, prin notația $\vec{u}(x, y)$ înțelegem vectorul $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$. Notația $\vec{u}(x, y)$ este utilă pentru reprezentarea vectorului în sistemul xOy.

- 2) Vectorii $\vec{v}_1 = x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j}$, $\vec{v}_2 = x_2 \cdot \vec{i} + y_2 \cdot \vec{j}$ sunt **egali** dacă $\begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \end{cases}$.

- 3) **Operații cu vectori:**

$$\vec{v}_1 = x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j}, \vec{v}_2 = x_2 \cdot \vec{i} + y_2 \cdot \vec{j} \Rightarrow \vec{v}_1 \pm \vec{v}_2 = (x_1 \pm x_2) \cdot \vec{i} + (y_1 \pm y_2) \cdot \vec{j}$$

$$\vec{v}_1 = x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j}, \alpha \in \mathbb{R} \Rightarrow \alpha \cdot \vec{v}_1 = (\alpha \cdot x_1) \cdot \vec{i} + (\alpha \cdot y_1) \cdot \vec{j}$$

- 4) **Lungimea (modulul)** vectorului $\vec{v} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$ este: $|\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

- 5) Vectorii $\vec{v}_1 = x_1 \cdot \vec{i} + y_1 \cdot \vec{j}$, $\vec{v}_2 = x_2 \cdot \vec{i} + y_2 \cdot \vec{j}$ sunt **coliniari** dacă $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2}$.

- 6) Date punctele $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$, **vectorul** $\overrightarrow{M_1M_2}$ **va avea coordonatele**

$$\overrightarrow{M_1M_2} = (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j}.$$

- 7) Date punctele $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$ în sistemul cartezian xOy, **distanța** dintre punctele

M_1, M_2 (**lungimea segmentului** M_1M_2 sau lungimea vectorului $\overrightarrow{M_1M_2}$) este:

$$M_1M_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

- 8) Date punctele $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$ în sistemul cartezian xOy, **coordoanatele mijlocului P** al

segmentului M_1M_2 sunt: $P(x_P, y_P)$, $x_P = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y_P = \frac{y_1 + y_2}{2}$.